

Lineares DGL-System und Matrix-Exponentialfunktion

Die Funktionen $f = f(x), g = g(x)$ seien in einem Intervall $[a, b]$ stetig. Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für das folgende Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned}y_1' &= f(x)y_1 - g(x)y_2, \\y_2' &= g(x)y_1 + f(x)y_2.\end{aligned}$$

Hinweis: Benutze die bereits an anderer Stelle bewiesene Beziehung

$$A = \begin{pmatrix} u & -v \\ v & u \end{pmatrix} \implies e^A = \begin{pmatrix} e^u \cos v & -e^u \sin v \\ e^u \sin v & e^u \cos v \end{pmatrix}$$